

# 轻负载以太网的实时性分析

姜庆标 昆明理工大学(650051)  
吴军基 吴殿峰 南京理工大学(210094)

## Abstract

In this paper, m/M/1 model in queuing theory is applied to Ethernet modeling with light load. Through defining collision probability, minimum feasible probability and tiny probability, authors analyze the real-time property of Ethernet with light load, and point out 3 factors which influence the real-time property.

**Keywords:** CSMA/CD, m/M/1 model, collision property, minimum feasible probability, tiny probability

## 摘要

本文运用排队论中的 m/M/1 模型对轻负载的以太网进行建模。定义了冲突概率、最小可能概率和微小概率,对轻负载以太网的实时性进行分析,并指出影响实时性好坏的三个因素。

**关键词:** CSMA/CD, m/M/1 模型, 冲突概率, 最小可能概率, 微小概率

随着百兆以太网(100Mbps)和千兆以太网(1Gbps)的出现以及以太网技术高速发展,不少人认为引入以太网技术是现场总线技术发展的一个必然趋势。文献[1][2][3]分析了现场总线技术的现状以及其发展方向,认为由于以太网通信速率不断提高和交换技术快速发展,解决了以太网的不确定性,消除了以太网应用于控制领域的障碍。文献[4]指出以太网向现场层延伸的关键问题是解决以太网的实时通信要求。采用了以太网技术,就可以实现许多人向往的“一网到底”,实现了系统的完全开放、彻底的分散控制、远程诊断和远程维护。因此,将以太网应用到工业自动化领域的研究再次兴起。本文运用排队论中的 M[有限输入源 m]/M/1 排队系统模型,对轻负载以太网的实时性进行分析,并探讨影响以太网介质存取方式 CSMA/CD 冲突延时的因素。

## 1 M[有限输入源 m]/M/1 排队模型

典型肯达尔排队系统包含了排队系统的几个主要因素,即顾客到达、在排队室排队、服务员服务、顾客离开和输入源及母集团。系统的输入源的个数有限或者母集团有限,称为有限输入源的排队系统。如果输入源提出服务请求的次数通常符合泊松过程,服务过程通常符合指数分布,那么它的模型用 M[有限输入源 m]/M/1 来表示,其中 m 表示输入源的总数,1 表示服务员的数目。

可列出系统的平衡状态方程为

$$0 = \mu C P_1 - m \lambda P_0$$

$$0 = \mu C P_{x+1} - [(m-x)\lambda + \mu C] P_x + (m-x+1) P_{x-1} \quad 1 \leq x < m \quad (1)$$

$$0 = \mu C P_m - \lambda P_{m-1} \quad x = m$$

这里 x 表示某时刻排队系统中的顾客数目,  $P_x$  表示平衡时系统处于 x 状态的概率,  $\lambda$  为顾客的平均到达率,  $\mu C$  为平均服务率。

用递推法求解(1)式。令  $u = \lambda / \mu C$ , 则可得

$$P_x = C_m^x u^x P_0 \quad 0 \leq x \leq m \quad (2)$$

根据限制条件  $\sum_{x=0}^m P_x = 1$ , 可得

$$P_0 = \left( \sum_{x=0}^m C_m^x u^x x! \right)^{-1} \quad (3)$$

## 2 共享式以太网介质存取技术

Xerox 公司在 1975 年研制和生产以太网时,采用了带冲突检测的 CSMA 协议,把“先听后说”加上“边听边说”,称之为载波侦听多路存取/冲突检测方式(CSMA/CD-Carrier Sense Multiple Access/Collision Detection)。CSMA/CD 与人际间通话非常相似,其原理可以参考文献[7]。当站点在冲突发生后,要等待的随机时间由退避算法来计算,其公式是

$$t = 2^N R \tau_p \quad (4)$$

式中的 N 为统计的冲突次数, R 为随机数,  $\tau_p$  为计时单位(一般选用标准传播时延),该算法称为二进制退避算法。从公式(4)中可以看出,等待时间的长短和冲突历史有关。

## 3 轻负载 Ethernet 的实时性分析

由前面对 CSMA/CD 运行机制的阐述,可以立即

得出 CSMA/CD 的排队系统模型与肯达尔的典型排队系统模型相比,由原来的四步式变为五步式,即顾客到达→在排队室排队→顾客竞争服务权→未产生冲突的顾客受到服务→顾客离开。这里顾客对应数据帧,排队室对应缓冲器,服务员对应总线。考虑服务失败顾客的返回问题,且从服务员的角度考虑起服务流程,则系统分为四个时期,即休息期、请求期、冲突期、服务期,其中空闲期分为休息期和请求期两个部分。由此可知,CSMA/CD 的排队系统模型比肯达尔的典型排队系统模型多了一个竞争服务权的过程,从而带来问题的复杂化,即在系统中多了请求期和冲突期。这样由于冲突期随机性,使对 CSMA/CD 排队系统建立严格的数学模型比较困难。为了使问题得以简化,在一般分析中往往忽略一些细节性的方面。比如由于请求期很短,就可以忽略。

下面以共享式标准以太网为例分析其实时性。实时性是指信号传输足够快、并且具有确定性。众所周知,由于以太网采用的介质存取方式 CSMA/CD 是一种竞争型随机存取方式,会产生冲突,因而网络负荷较大时,以太网的网络传输是不确定的。这里我们仅对负荷较轻以太网进行分析。由于在网络负荷较轻时,以太网发生冲突的概率很小,同时冲突期的时间很短(与空闲期、服务期相比),因而可以忽略冲突期的大小,这样就可以易于建立数学模型。假设在标准以太网中有  $m$  个智能终端,任意两个终端之间的距离不超过 500 米。在时间  $t$  内,每个智能终端平均都要发送一个数据帧。由于每个终端产生数据帧的时刻是随机的,同时那些因冲突而重发的数据帧数目很少,并且延迟时间大小是随机的,所以可以把数据帧产生设为平均到达率  $\lambda=1/t$  的泊松流。数据帧在总线中传输时间取决于数据帧的长度,设其平均时间为  $\tau$ ,可近似把传输时间看作遵从服务率为  $\mu C=1/\tau$  的指数分布。因此,可以运用排队论中的  $M/[有限输入源 m]/M/1$  模型对轻负载的以太网进行建模。

这里  $m$  个智能终端对应着有限输入母集团,数据帧对应着顾客,缓冲器对应着排队室,总线对应着服务员。为了便于数学分析,我们作如下假设:(1)每个终端每次只能产生 1 个数据帧,即每个终端的发送缓冲器只有 1 个缓冲区间,只能存放单个数据帧。已产生的数据帧未服务结束前,不产生新的数据帧。(2)设两个终端之间的传播时延为  $\tau_p, \tau_p$  是标准传播时延。即源站到目的站的传播时延。(3)两个数据帧之间全部与部分重迭,都会

引起冲突重发。(4)信道不存在错传再发。这样我们完全可以运用  $m/M/1$  模型中的公式进行计算,下面举例说明。

例 1. 在 0.1 秒内,10 个终端分别发送一个长度平均为 4000bit 的数据帧,则网络负载为 4%, $\lambda=10$  (1/s),  $\tau=0.0004$ (s),  $\mu C=2500$ (1/s), $u=0.004$ 。由公式(2)和(3)可以计算出系统平衡时包含不同数目数据帧的概率(见表 1)。

表 1 系统中有不同数目数据帧的概率

$P_0=0.960165$	$P_1=0.03840666$	$P_2=0.00138264$	$P_3=4.42444e-5$	$P_4=1.23884e-6$	$P_5=2.97322e-8$
$P_6=5.94645e-10$	$P_7=9.51432e-12$	$P_8=1.14172e-13$	$P_9=9.13375e-16$	$P_{10}=3.6535e-18$	

从表 1 可以看出总线绝大部分处于空闲状态。当系统中仅有一个数据帧时,一定不会发生冲突;当系统有两个以上数据帧时,一定发生冲突,不过其概率很小;当系统有两个数据帧时,如果两个数据帧产生的时间间隔大于传播时延  $\tau_p$ ,那么后到的数据帧只能等待,先到数据帧被成功发送,不会发生冲突。否则发生冲突,但两个数据帧的时间间隔小于  $\tau_p$  的概率为  $1-\exp(-\lambda\tau_p)$ 。不妨设终端之间最大距离为 500 米,则传播时延为  $\tau_p=2.5e-6$  秒。因此,我们可以计算发送数据帧时发生一次冲突的概率  $P_{C1}$  为

$$P_{C1} = \frac{P_2(1-e^{-\lambda\tau_p}) + \sum_{i=3}^m (i-1)P_i}{P_1 + P_2 + \sum_{i=3}^m (i-1)P_i} \quad (5)$$

同样,可以把一个数据帧连续发生两次冲突的概率定义为二次冲突概率  $P_{C2}$ ,依次我们可以定义  $P_{C3}, \dots, P_{C16}$ 。那么  $N$  次冲突概率  $P_{CN}$  为

$$P_{CN} = \frac{P_{C1}}{b^{N-1}} \quad 2 \leq N \leq 16 \quad (6)$$

其中  $b$  为冲突概率系数,其大小取决于两个方面:①冲突延时后的数据帧与新产生的数据帧发生冲突,网络负载较轻时,其概率很小;②两个或多个发生冲突的数据帧在延时后再次发生冲突,这与公式(4)中的随机数  $R$  的范围有关。如果  $R$  是 1~10 之间的整数,那么两个冲突次数相同的数据帧发生冲突后,再次发生冲突的概率就是 1/10。因此,这方面的影响是主要的。这里我们取  $b=10$ 。这样我们就可以计算各次冲突概率,如表 2 所示。

表 2 例 1 冲突概率

$P_{C1}=0.00231677$	$P_{C2}=0.000231677$	$P_{C3}=2.31677e-5$	$P_{C4}=2.31677e-6$	$P_{C5}=2.31677e-7$	$P_{C6}=2.31677e-8$
$P_{C7}=2.31677e-9$	$P_{C8}=2.31677e-10$	$P_{C9}=2.31677e-11$	$P_{C10}=2.31677e-12$	$P_{C11}=2.31677e-13$	$P_{C12}=2.31677e-14$
$P_{C13}=2.31677e-15$	$P_{C14}=2.31677e-16$	$P_{C15}=2.31677e-17$	$P_{C16}=2.31677e-18$		

从表 2 看出一次冲突概率是很小的,特别是几次冲突概率是非常小,并且依次减小。因此,我们在建模

时可以忽略冲突期。例如,8次冲突概率为 $2.31677e-10$ ,这意味着在1.5年内才可能产生一个连续发生8次冲突的数据帧。

因为冲突直接导致了网络延时,所以要考虑网络的实时性,就必须考虑冲突,而且主要考虑连续多次冲突造成的最大延时。从理论上说,以太网的最大延时是连续16次冲突的最大延时,或者由于数据帧在连续16次冲突后再不能成功发送,就会被丢弃,而不存在最大延时这一说法。但是在网络负载较轻时,有些多次冲突概率极小。我们可选择某次冲突概率作为最小可能概率,而把冲突概率小于最小概率称为微小概率,而不再考虑。如表二中,我们可以把8次冲突概率作为最小可能概率,那么大于8次冲突概率称为微小概率,而不再考虑。这样就吧最小可能概率的最大延时作为网络的最大延时。故得网络最大延时为

$$T=(N+1)\tau+\sum_{i=1}^N 2^i \tau_p R_{max} \quad (7)$$

式中 $N$ 是最小冲突概率的冲突次数, $\tau$ 是数据帧在总线中传输时间, $\tau_p$ 是标准传播时延, $R_{max}$ 表示公式(4)中 $R$ 的最大值。由公式(7)可得例1中网络的最大延时 $T=0.01275$ 秒。

例2.数据帧的平均长度为1000bit,其它参数与例1相同。网络负载为1%, $\tau=0.0001$ (s)。同样可以计算得到 $P_{c1}=0.000144651$ ,若以 $P_{c7}=1.44651e-10$ 为最小可能概率,可得网络最大延时 $T=0.00745$ (s)。

由此可知,以太网的实时性主要与以下几个因素有关。①网络负载是影响以太网实时性的主要因素。比较例1和例2,很容易得出随着负载的减轻,网络延时也同步减小。由于千兆以太网和千兆以太网已经投入使用,而万兆以太网正在研制,因而通过减小网络负载来减小网络延时是一种可行的方法。②随机数 $R$ 的范围对网络延时也有影响。 $R$ 范围过小,会使得两个数据帧在冲突延时而再次发生冲突的概率增大,从而导致最小可能概率的冲突次数增加,网络延时变大; $R$ 范围过大, $R_{max}$ 也随着增大,同样也会导致网络延时变大。因此选择合适的范围是必要的。③网络中智能终端数目、数据帧长度也有影响。在网络负载一定时,终端数目越少、数据帧越长,则网络的实时性越好。当然如何选择最小可能概率也有影响,但是最小可能概率是由事实情况和客观条件决定的,否则无意义。

#### 4 计算机仿真

我们对例1和例2分别进行了计算机仿真,编程模拟总线传输3153600000个数据帧(相对于一年的时间)的过程中发生的冲突。仿真结果分别如表3和表4所示。从仿真结果可以看出冲突概率与理论上基

本相符。

表3 例1 仿真结果

连续冲突次数	冲突数据帧个数	最大延时(ms)
1	6958001	0.855
2	1094815	1.335
3	148013	1.832
4	19547	2.312
5	2762	2.785
6	363	3.725
7	16	5.117
8	3	8.672

表4 例2 仿真结果

连续冲突次数	冲突数据帧个数	最大延时(ms)
1	2404213	0.255
2	458464	0.42
3	55550	0.56
4	6280	0.782
5	720	1.447
6	70	2.65
7	11	5.15

#### 5 结束语

运用排队论中的 $m/M/1$ 模型能够对负载较轻的共享式以太网进行理论计算。定义了冲突概率、最小可能概率和微小概率概念后,能够对网络进行实时性分析。通过计算分析,我们认为负载较轻的以太网具有较好的实时性,能满足过程控制的实时要求。由于以太网本身得天独厚的优势,必将给控制系统带来更多令人惊喜的变革。

#### 参考文献

- 1 魏庆福. 现场总线技术的发展与工业以太网综述. 工业控制计算机,2002(1)
- 2 李嘉,等. 引入以太网技术是现场总线技术发展的一个必然趋势. 自动化仪表,2001(5)
- 3 周晓兵,等. 以太网在工业自动化领域中的应用现状和发展前景. 自动化仪表,2001(10)
- 4 彭瑜,等. 信息技术正在推动自动化技术的革命. 自动化仪表,2001(12)
- 5 林铭锻,等. 以太网在小型控制系统中的应用. 自动化仪表,2001(6)
- 6 速昭义,等. 计算机通信网信息量理论. 电子工业出版社,1997
- 7 胡道元. 计算机局域网. 清华大学出版社,1999

[收稿日期:2002.5.10]